Nombre de la Maestría

Ingeniería de sistemas

Nombre del alumno

Sergio Vicente Cayuela García

ID Alumno

UM83197SY92415

Nombre del curso

Fundamentos de Máquinas Hidráulicas

Código #

FMA 426

Nombre del Tutor

Amanda Gutiérrez

Fecha

21 de febrero de 2024

Fundamentos de Máquinas Hidráulicas

Objetivos del Curso:

El objetivo de la asignatura es que el alumno sea capaz de comprender y aplicar la teoría y los principios adquiridos en asignaturas previas, en un campo práctico y concreto de la ingeniería: las instalaciones y turbomáquinas hidráulicas. Al final de la asignatura, el alumno será capaz de dimensiona y calcular instalaciones hidráulicas básicas, así como conocer, calcular y seleccionar las máquinas hidráulicas adecuadas para ellas. El contenido de la asignatura se estructura en tres grandes bloques:

- Principios básicos de la mecánica de fluidos aplicados a las máquinas e instalaciones hidráulicas (propiedades de los fluidos, ecuaciones de conservación, análisis dimensional…).
- Máquinas hidráulicas: bombas y turbinas (clasificación, cálculo, diseño, selección…).
- Instalaciones hidráulicas (cálculo de pérdidas de carga, diseño de instalaciones, redes de distribución…).

Contenidos

Tema 6. Bombas centrífugas

- Introducción y objetivos
- Funcionamiento de bombas centrífugas
- Teorema de Euler
- Teoría unidimensional
- Curvas características teóricas
- Curvas características reales
- Cavitación

Tema 7. Bombas de desplazamiento positivo

- Introducción y objetivos
- Funcionamiento de bombas volumétricas
- Clasificación
- Bombas alternativas
- Bombas rotativas

Tema 8. Instalaciones hidráulicas: punto de funcionamiento

- Introducción y objetivos
- Ecuación característica de una instalación hidráulica
- Acoplamiento de bombas
- Regulación de caudal

Tema 9. Instalaciones hidráulicas: redes de abastecimiento

- Introducción y objetivos
- Sistemas de tuberías
- Redes de abastecimiento

Tema 10. Turbina de acción

- Introducción y objetivos
- Funcionamiento de turbinas hidráulicas
- Clasificación
- Turbina Pelton

Tema 11. Turbinas de reacción

- Introducción y objetivos
- Clasificación
- Turbina Francis
- Turbina Kaplan

Tema 12. Instalaciones hidráulicas: centrales hidroeléctricas

- Introducción y objetivos
- Conceptos básicos
- Tipos de centrales
- Caudal de equipamiento
- Producción y consumo de energía hidroeléctrica

Metodología

Las **actividades formativas** de la asignatura se han elaborado con el objetivo de adaptar el proceso de aprendizaje a las diferentes capacidades, necesidades e intereses de los alumnos.

Las actividades formativas de esta asignatura son las siguientes:

- **Trabajos y Lecturas.** Se trata de actividades de diferentes tipos: reflexión, análisis de casos, prácticas, etc. Además de **análisis de textos** relacionados con diferentes temas de la asignatura.

Actividad 1

Problema 1

Los depósitos [A] y [B] están conectados por una tubería de sección variable (Figura 1). El nivel de agua en el depósito A es de 2 m y la diferencia de alturas entre las superficies de ambos depósitos es de 5 m. El diámetro de la tubería en la sección [1] es de 6 cm, reduciéndose a la mitad en la sección [2] y a un tercio en la sección [3] (entrada al depósito B). Considere los datos que se muestra en la Figura 1.

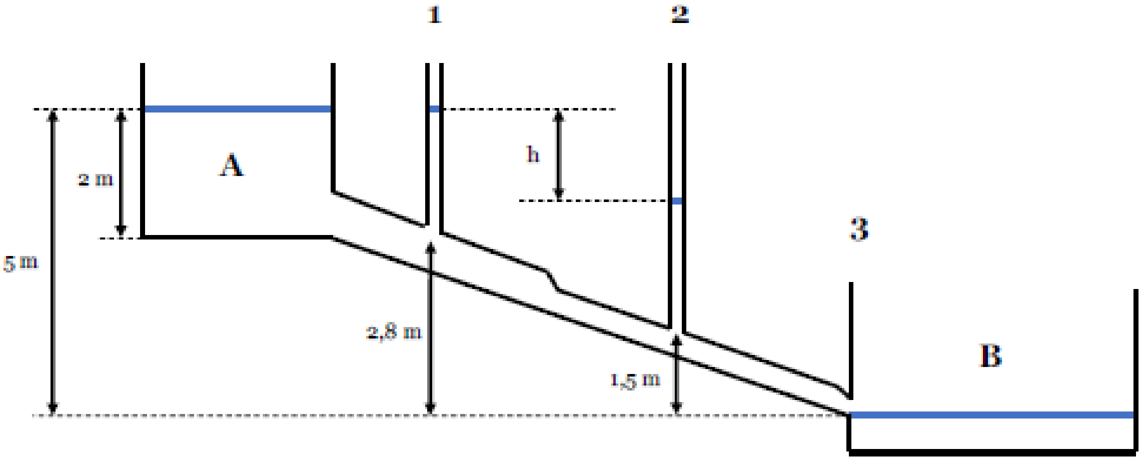

Figura 1

Calcular:

a) La presión en el fondo del depósito A
b) La velocidad a la que entra el agua en el depósito B (sección [3])
c) El caudal de agua que atraviesa la tubería
d) La velocidad en las secciones [1] y [2]
e) La diferencia de altura, h, entre los dos tubos abiertos situados en las secciones [1] y [2].

NOTA: Los dos depósitos se consideran depósitos de grandes dimensiones (la altura de líquido no varía) y abiertos a la atmósfera.

SOLUCIÓN: $P_A = 121\ kPa$; $v_3 = 9.9\ m/s$; $Q = 0.003\ m^3/s$; $v_1 = 10.61\ m/s$; $v_2 = 4.24\ m/s$; $h = 0.86\ m$

Problema 2

Para extraer agua de un depósito elevado [A] se utiliza una manguera de 1,5 cm de diámetro (Figura 2). Si la superficie libre del agua en el depósito se encuentra a 1,5 m del suelo y el extremo más bajo de la manguera está a 0,5 m del suelo, calcula:

a) El tiempo necesario para llenar un recipiente [B] con 10 L de agua.
b) La presión en el punto más elevado de la manguera [1], que se encuentra a 1,8 m del suelo.

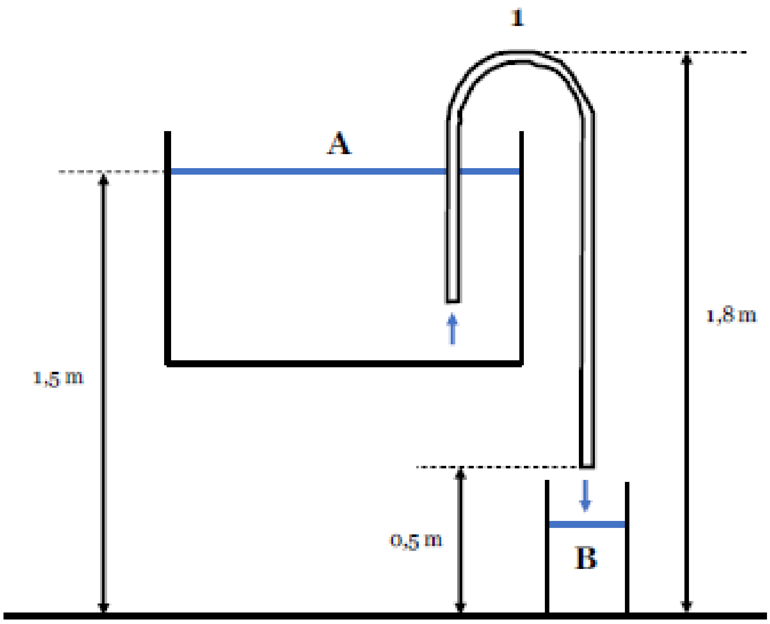

Figura 2

NOTA: El depósito se considera un depósito de grandes dimensiones (la altura de líquido no varía) y abierto a la atmósfera.

SOLUCIÓN: $t = 12.8\ s$; $P_1 = 88573\ Pa$

Problema 3

Para medir el caudal de gasolina que fluye por un tubo de diámetro D=14mm se ha instalado una tobera (Figura 3) con un diámetro d=9 mm. Ambas secciones del tubo están conectadas a un tubo piezométrico (considerar que están abiertos a la atmósfera).

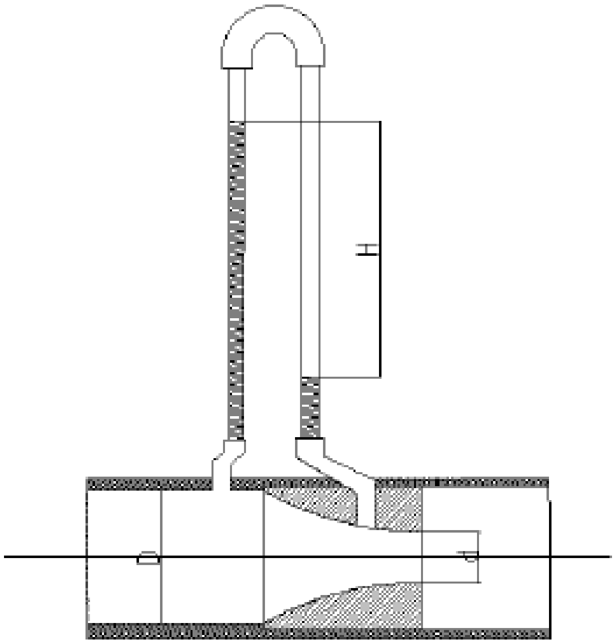

Figura 3

Calcular:

f) Determinar el caudal de gasolina si la diferencia de altura entre los dos tubos piezométricos es H=1,5 m.
g) Determinar la diferencia de alturas, H, si la gasolina se sustituye por agua, manteniendo el caudal calculado en a).

NOTA: $\rho_{gasolina} = 680\ kg/m^3$

SOLUCIÓN: $Q = 3{,}78x10^{-4}\ m^3/s$

Problema 4

En la figura 4 se muestra un sifón que se utiliza para sacar agua de una piscina. El conducto del sifón tiene un diámetro D=40 mm y termina en una boquilla de diámetro d=25 mm.

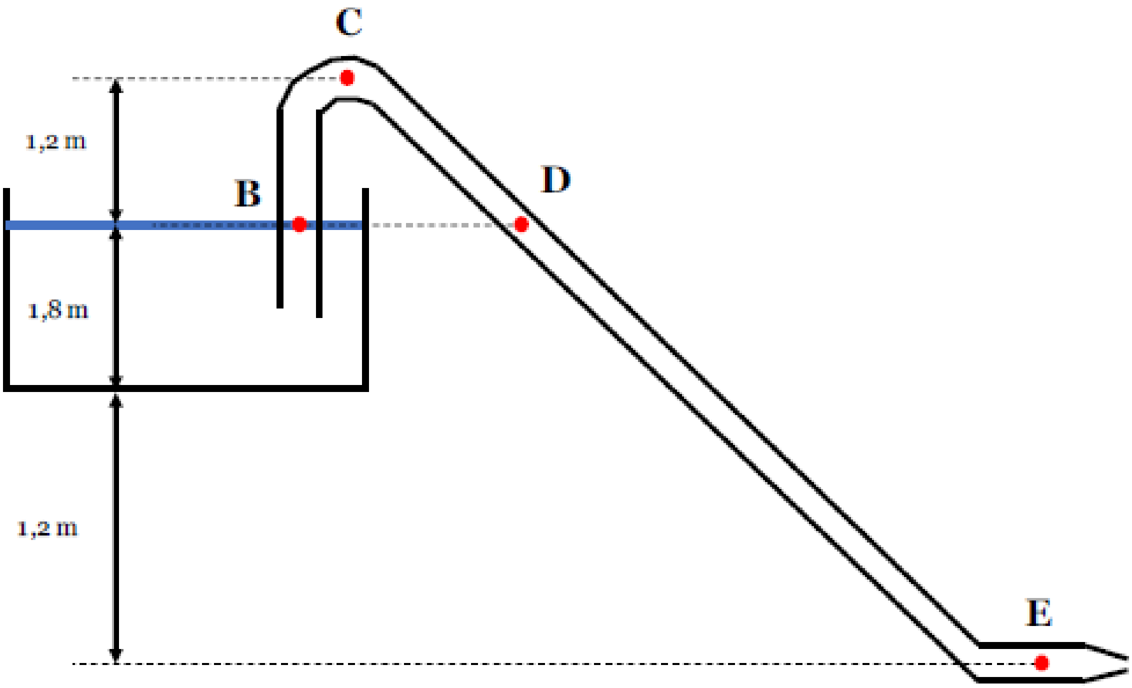

Figura 4

Suponiendo que no hay pérdidas de energía en el sistema, calcular:

a) El caudal que circula por el tubo del sifón.
b) La diferencia de presión con la presión atmosférica en los puntos B, C, D y E.

SOLUCIÓN:$Q = 3{,}76x10^{-3}\ m^3/s$; $P_B = P_D = -4500Pa$; $P_C = -16272Pa$; $P_E = 24930Pa$

Problema 5: Análisis dimensional

Un cierto estado de flujo depende de las siguientes magnitudes:

- La velocidad del flujo v
- La densidad del fluido ρ
- Tres dimensiones lineales l_1, l_2 y l_3
- La viscosidad del fluido μ
- La gravedad g
- La tensión superficial σ
- El coeficiente de compresibilidad K

Aplicando el análisis dimensional, obtener un conjunto de parámetros adimensionales que representen las relaciones entre las magnitudes del fenómeno.

Actividad 2

Problema 1

Por una tubería de 4 km de longitud y 50 cm de diámetro circula un caudal de agua de 200 l/s. La rugosidad del material es de 0.025 mm. Calcular las pérdidas continuas de la tubería utilizando el diagrama de Moody.

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $h_L = 5.92\ m$

En primer lugar, se obtienen el valor del número de Reynolds y de la rugosidad relativa para poder utilizar el diagrama:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.000025}{0.5} = 0.00005$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}D^2} = \frac{0.2}{\frac{\pi}{4}0.5^2} = 1.018\ m/s$$

$$Re = \frac{vD\rho}{\mu} = \frac{1.018 \cdot 0.5 \cdot 1000}{0.001} = 5.09\ x\ 10^5$$

Del gráfico de Moody se obtiene el factor de fricción:

$$f = 0.014$$

$$h_L = f\frac{8LQ^2}{\pi^2 g D^5} = 5.92\ m$$

Problema 2

Calcular la pérdida de carga en 2000 m de tubería de hierro galvanizado ($\varepsilon = 0.2\ mm$) de 100 mm de diámetro por la que fluye agua:

a) Si la velocidad del agua es $v = 2.5\ m/s$
b) Si la velocidad del agua es $v = 1\ m/s$

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $h_{L1} = 165.65\ m$; $h_{L2} = 27.52\ m$

a) Si la velocidad del agua es $v = 2.5\ m/s$

En primer lugar, se obtienen el valor del número de Reynolds y de la rugosidad relativa para poder utilizar el diagrama:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.0002}{0.1} = 0.002$$

$$Re = \frac{vD\rho}{\mu} = \frac{2.5 \cdot 0.1 \cdot 1000}{0.001} = 2.5\ x\ 10^5$$

Del gráfico de Moody se obtiene el factor de fricción:

$$f = 0.026$$

$$h_{L1} = f\frac{8LQ^2}{\pi^2 g D^5} = 165.65\ m$$

b) Si la velocidad del agua es $v = 1\ m/s$

En primer lugar, se obtienen el valor del número de Reynolds y de la rugosidad relativa para poder utilizar el diagrama:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.0002}{0.1} = 0.002$$

$$Re = \frac{vD\rho}{\mu} = \frac{1 \cdot 0.1 \cdot 1000}{0.001} = 1\ x\ 10^5$$

Del gráfico de Moody se obtiene el factor de fricción:

$$f = 0.027$$

$$h_{L2} = f\frac{8LQ^2}{\pi^2 g D^5} = 27.52\ m$$

Problema 3

Por una tubería de 250 mm de diámetro circulan 59 l/s de agua. En un recorrido de 20 m se mide una pérdida de carga $h_L = 11{,}2\ cm$. Calcular el coeficiente de fricción, f, y la rugosidad de la tubería, ε.

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $f = 0.019$; $\varepsilon = 1.5\ x\ 10^{-4}\ m$

En primer lugar, se aplica la ecuación de Darcy-Weisbach para despejar el valor del factor de fricción:

$$h_L = f\frac{8LQ^2}{\pi^2 g D^5}$$

$$f = \frac{h_L \pi^2 g D^5}{8LQ^2} = 0.019$$

Calculamos la velocidad a través del caudal y el número de Reynolds:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}D^2} = \frac{0.059}{\frac{\pi}{4}0.25^2} = 1.202\ m/s$$

$$Re = \frac{vD\rho}{\mu} = \frac{1.202 \cdot 0.25 \cdot 1000}{0.001} = 3\ x\ 10^5$$

Del diagrama de Moody obtenemos el valor de la rugosidad relativa:

$$\frac{\varepsilon}{D} = 0.0006$$

$$\varepsilon = 1.5\ x\ 10^{-4}\ m$$

Problema 4

En el sifón de la figura 1, el diámetro del tubo es $D = 200\ mm$. La pérdida de carga entre 1 y A es de 1 m, mientras que la pérdida de carga entre A y 2 es de 1.1 m. Calcular la velocidad del fluido (agua), el caudal y la presión en el punto A.

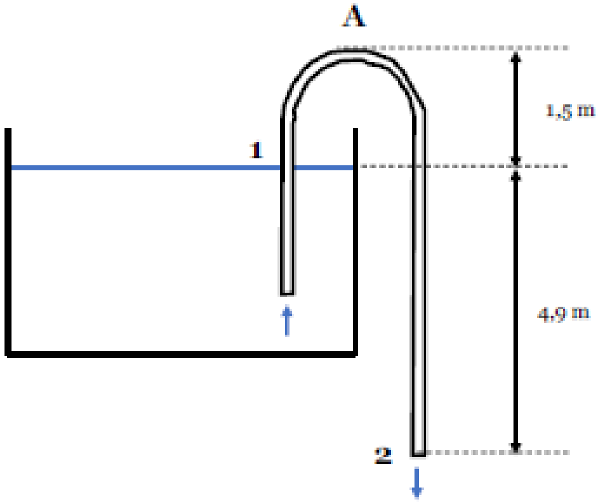

Figura 1

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $v = 7.36\ m/s$; $Q = 0.23\ m^3/s$; $P_A = 49715\ Pa$

Calculamos la pérdida de carga total en unidades de presión:

$$H_{LT} = H_{L1} + H_{L2} = \rho g(h_{L1} + h_{L2}) = 21000\ Pa$$

Realizamos un balance de energía entre 1 y 2 (el término de pérdidas debe ir expresado como altura de columna de agua):

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 - H_{LT} = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Consideramos que la velocidad en 1 es despreciable (en la superficie del depósito) y que tanto la presión en 1 como en 2 es la presión atmosférica

$$\rho g h_1 - H_{LT} = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$\frac{1}{2}v_2^2 = g(h_1 - h_2) - \frac{H_{LT}}{\rho}$$
$$v_2^2 = 2\left[g(h_1 - h_2) - \frac{H_{LT}}{\rho}\right]$$
$$v_2 = 7.36\ m/s$$

Aplicamos la ecuación de continuidad para obtener el valor del caudal:

$$Q = A_2 v_2 = \frac{\pi}{4}D_2^2 v_2 = 0.23\ m^3/s$$

Para obtener la presión en A, hacemos el balance entre 1 y A. Como la sección de la tubería es constante, la velocidad en A será igual a la calculada.

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 - H_{L1} = P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A$$
$$P_{atm} + \rho g h_1 - H_{L1} = P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A$$
$$P_A = P_{atm} + \rho g(h_1 - h_A) - \frac{1}{2}\rho v_A^2 - H_{L1}$$
$$P_A = 49715\ Pa$$

Problema 5

Calcular el golpe de ariete de una conducción de acero ($k = 0.5$) de 4000 m de longitud, 1 m de diámetro y 9 mm de espesor. El caudal de la conducción es de 1.5 m^3/s y el tiempo de cierre es de 3 segundos.

SOLUCIÓN: $\Delta H = 189\ m$

En primer lugar, se calcula la velocidad de propagación de la onda:

$$c = \frac{9900}{\sqrt{48.3 + k\frac{D}{e}}}$$
$$c = \frac{9900}{\sqrt{48.3 + 0.5\frac{1}{0.009}}} = 971.45\ m/s$$

Después calculamos la velocidad del fluido a través del caudal:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}D^2} = \frac{1.5}{\frac{\pi}{4}1^2} = 1.91\ m/s$$

El golpe de ariete, ΔH, se calcula de la siguiente forma:

$$\Delta H = \frac{c \cdot v}{g} = \frac{971.45 \cdot 1.91}{9.81} = 189\ m$$

Problema 6

Calcular el golpe de ariete de una conducción de hormigón ($k = 5$) de 4000 m de longitud, 2.8 m de diámetro y 0.4 m de espesor. El caudal de la conducción es de 40 m^3/s y el tiempo de cierre es de 3 segundos.

SOLUCIÓN: $\Delta H = 719\ m$

En primer lugar, se calcula la velocidad de propagación de la onda:

$$c = \frac{9900}{\sqrt{48.3 + k\frac{D}{e}}}$$

$$c = \frac{9900}{\sqrt{48.3 + 5\frac{2.8}{0.4}}} = 1085\ m/s$$

Después calculamos la velocidad del fluido a través del caudal:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}D^2} = \frac{40}{\frac{\pi}{4}2.8^2} = 6.50\ m/s$$

El golpe de ariete, ΔH, se calcula de la siguiente forma:

$$\Delta H = \frac{c \cdot v}{g} = \frac{1085 \cdot 6.50}{9.81} = 719\ m$$

Problema 7

En la figura 2 se muestra una instalación hidráulica para bombear agua desde el depósito 1 hasta el depósito 2. La tubería que comunica ambos depósitos tiene una longitud total de 120 m y 5 cm de diámetro. La conducción consta de una serie de elementos auxiliares para garantizar el buen funcionamiento de la instalación: válvula de bola ($K = 10$), 2 codos de 90º ($K = 0.9$) y válvula de retención ($K = 2.5$). El caudal que circula por la tubería es de $5.4x10^{-3}\ m^3/s$ y el material de la tubería y los elementos auxiliares tiene una rugosidad relativa de $\frac{\varepsilon}{D} = 0.001$. Calcular la energía, en unidades de altura de columna de agua, que aporta la bomba.

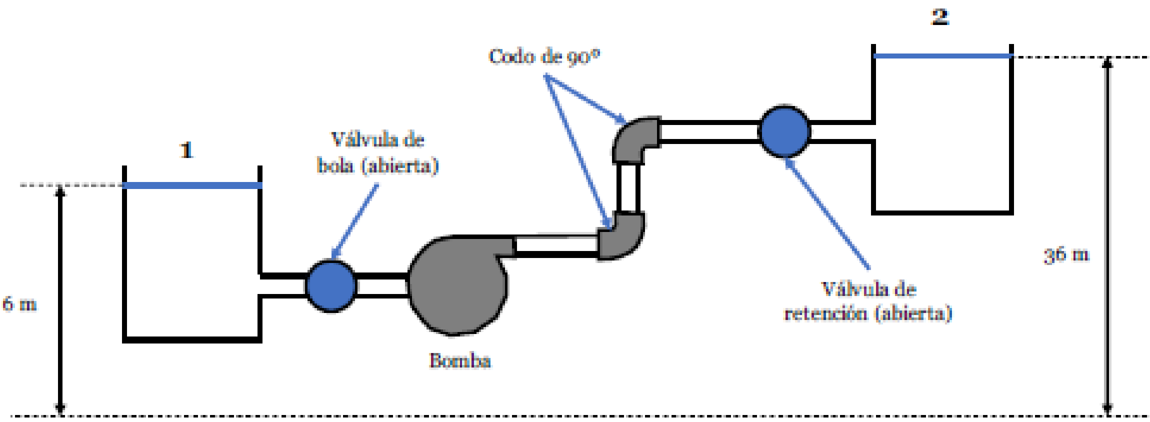

Figura 2

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $h_b = 56.79\ m$;

En primer lugar, calculamos la velocidad del agua en la tubería para obtener el número de Reynolds:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}D^2} = \frac{5.4x10^{-3}}{\frac{\pi}{4}0.05^2} = 2.75\ m/s$$

$$Re = \frac{vD\rho}{\mu} = \frac{2.75 \cdot 0.05 \cdot 1000}{0.001} = 137500 \approx 1.4x10^5$$

Con el valor de Re y de la rugosidad relativa, obtenemos el factor de fricción del diagrama de Moody:

$$f = 0.023$$

Calculamos las pérdidas producidas por los elementos auxiliares mediante el método de la longitud equivalente:

$$L_{eq} = \sum K\frac{D}{f}$$

$$\sum K = 10 + 0.9 + 0.9 + 2.5 = 14.3$$

$$L_{eq} = \sum K\frac{D}{f} = 14.3\frac{0.05}{0.023} = 31.09\ m$$

Ahora calculamos las pérdidas de carga totales, sumando la longitud equivalente a la longitud de la tubería:

$$h_{L,t} = f\frac{8(L + L_{eq})Q^2}{\pi^2 g D^5}$$

$$h_{L,t} = 0.023\frac{8(120 + 31.09)(5.4x10^{-3})^2}{\pi^2\ 9.81\ 0.05^5} = 26.79\ m$$

Una vez calculadas las pérdidas, realizamos un balance de energía entre el punto 1 y el punto 2 para obtener la altura que proporciona la bomba. Plantearemos la ecuación del balance en unidades de altura de columna de agua:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + h_1 - h_{L,t} + h_b = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_2$$

Ambos depósitos están abiertos a la atmósfera y las velocidades del fluido en la superficie pueden considerarse despreciables:

$$h_1 - h_{L,t} + h_b = h_2$$

$$h_b = h_2 - h_1 + h_{L,t}$$

$$h_b = 36 - 6 + 26.79 = 56.79\ m$$

Actividad 3

Problema 1

De una bomba centrífuga se conocen los siguientes datos: $D_1 = 20\ cm$, $D_2 = 35\ cm$, $b_1 = b_2 = 4\ cm$, $\beta_1 = 30°$, $\beta_2 = 20°$, $n = 1440\ rpm$, $\eta_h = 0.8$, $\eta_v = 1$. Calcular:

a) El caudal impulsado por la bomba.
b) La potencia útil suministrada al fluido.

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $Q = 0.219\ m^3/s$; $P = 58758\ W$

En primer lugar, se obtiene el valor de la velocidad de arrastre del rodete a la entrada y a la salida:

$$u_1 = \omega \frac{D_1}{2} \quad u_2 = \omega \frac{D_2}{2}$$

$$u_1 = \frac{2\pi}{60} 1440 \frac{0.20}{2} \quad u_2 = \frac{2\pi}{60} 1440 \frac{0.35}{2}$$

$$u_1 = 15.08\ m/s \quad u_2 = 26.39\ m/s$$

Suponiendo entrada radial en la bomba, es decir, $\alpha_1 = 90°$, la velocidad meridiana a la entrada será igual a la velocidad v_1, que puede obtenerse a partir del triángulo de velocidad a la entrada:

$$\sin \beta_1 = \frac{v_1}{w_1}$$

$$\cos \beta_1 = \frac{u_1}{w_1}$$

$$\tan \beta_1 = \frac{v_1}{u_1}$$

$$v_1 = u_1 \tan \beta_1$$

$$v_1 = 15.08 \tan 30° = 8.71\ m/s$$

Con los resultados obtenidos calculamos el caudal:

$$Q = \pi D_1 b_1 v_{m1} = \pi D_1 b_1 v_1$$

$$Q = \pi \cdot 0.2 \cdot 0.04 \cdot 8.71 = 0.219\ m^3/s$$

Para poder calcular la potencia, es necesario calcular primeramente la altura de Euler:

$$P = \gamma Q H$$
$$H_t = \frac{v_2 u_2 \cos \alpha_2 - v_1 u_1 \cos \alpha_1}{g}$$

Como se considera que $\alpha_1 = 90°$, la ecuación de Euler se simplifica:

$$H_t = \frac{v_2 u_2 \cos \alpha_2}{g} = \frac{v_{u2} u_2}{g}$$
$$v_{u2} = u_2 - \frac{v_{m2}}{\tan \beta_2}$$

En este caso, v_{m2} puede obtener a partir del caudal calculado:

$$Q = \pi D_2 b_2 v_{m2}$$
$$v_{m2} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2}$$
$$v_{m2} = \frac{0.219}{\pi 0.35 \cdot 0.04} = 4.98 \, m/s$$
$$v_{u2} = 26.39 - \frac{4.98}{\tan 20°} = 12.71 \, m/s$$
$$H_t = \frac{v_{u2} u_2}{g} = \frac{12.71 \cdot 26.39}{9.81} = 34.19 \, m$$

Aplicando la ecuación del rendimiento hidráulico obtenemos la altura H, y con ello calculamos finalmente la potencia útil:

$$\eta_h = \frac{H}{H_t}$$
$$H = \eta_h H_t = 0.8 \cdot 34.19 = 27.35 \, m$$
$$P = 1000 \cdot 9.81 \cdot 0.219 \cdot 27.35 = 58758 \, W$$

Problema 2

El rodete de una bomba centrífuga, de diámetros interior y exterior $D_1 = 200 \, mm$ y $D_2 = 600 \, mm$, y anchuras de las secciones de entrada y salida $b_1 = 50 \, mm$ y $b_2 = 20 \, mm$, gira a una velocidad de 1500 rpm. El ángulo de salida de los álabes es $\beta_2 = 10°$. El caudal que suministra la bomba es de 200 l/s y el agua entra al rodete radialmente. Supóngase $\eta_v = 0.89$, $\eta_m = 0.92$ y $\eta_h = 0.85$.

a) Calcular en ángulo β_1.
b) La altura real de energía aportada por la bomba.
c) Calcular la potencia exterior consumida por la bomba.

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $\beta_1 = 22°$; $H = 69.7\ m$; $P_e = 196\ kW$

En primer lugar, se obtiene el valor de la velocidad de arrastre del rodete a la entrada y a la salida:

$$u_1 = \omega \frac{D_1}{2} \quad u_2 = \omega \frac{D_2}{2}$$

$$u_1 = \frac{2\pi}{60} 1500 \frac{0.20}{2} \quad u_2 = \frac{2\pi}{60} 1500 \frac{0.6}{2}$$

$$u_1 = 15.71\ m/s \quad u_2 = 47.12\ m/s$$

Con el dato del caudal podemos obtener las velocidades meridianas a la entrada y a la salida:

$$Q = \pi D_1 b_1 v_{m1} = \pi D_2 b_2 v_{m2}$$

$$v_{m1} = \frac{Q}{\pi D_1 b_1} = \frac{0.2}{\pi \cdot 0.2 \cdot 0.05} = 6.36\ m/s$$

$$v_{m2} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2} = \frac{0.2}{\pi \cdot 0.6 \cdot 0.02} = 5.30\ m/s$$

Del triángulo de velocidad a la entrada se obtiene que:

$$\tan \beta_1 = \frac{v_1}{u_1}$$

$$\beta_1 = \tan^{-1} \frac{v_1}{u_1} = 22°$$

Para obtener la altura real, primero obtendremos la altura de Euler:

$$H_t = \frac{v_2 u_2 \cos \alpha_2 - v_1 u_1 \cos \alpha_1}{g}$$

Como se considera que $\alpha_1 = 90°$, la ecuación de Euler se simplifica:

$$H_t = \frac{v_2 u_2 \cos \alpha_2}{g} = \frac{v_{u2} u_2}{g}$$

$$v_{u2} = u_2 - \frac{v_{m2}}{\tan \beta_2}$$

$$v_{u2} = 47.12 - \frac{5.30}{\tan 10°} = 17.06\ m/s$$

$$H_t = \frac{v_{u2} u_2}{g} = \frac{17.06 \cdot 47.12}{9.81} = 82\ m$$

Aplicando la ecuación del rendimiento hidráulico obtenemos la altura H:

$$\eta_h = \frac{H}{H_t}$$

$$H = \eta_h H_t = 0.85 \cdot 82 = 69.7\ m$$

Para calcular la potencia exterior primero hay que obtener el rendimiento global:

$$\eta = \eta_v \eta_h \eta_m = 0.89 \cdot 0.85 \cdot 0.92 = 0.696$$

$$P_e = \frac{P}{\eta} = \frac{\rho g Q H}{\eta} = \frac{1000 \cdot 9.81 \cdot 0.2 \cdot 69.7}{0.696} = 196482\ W$$

Problema 3

El rodete de una bomba centrífuga tiene un diámetro exterior $D_2 = 35.5\ cm$ y gira a una velocidad de 1000 rpm. El ángulo de salida de los álabes es $\beta_2 = 30°$. La entrada del agua en el rodete es radial y la componente radial de la velocidad se mantiene constante, $v_{1r} = v_{2r} = 2.4\ m/s$. La altura proporcionada por la bomba es $H = 21.7\ m$ y se considera que no hay pérdidas volumétricas.

a) Calcular el rendimiento hidráulico de la bomba.

b) Si la bomba se compone de rodete y voluta (no hay difusor), y las pérdidas internas del rodete son $H_{Lr} = 4\ m$, calcular la altura de pérdidas internas correspondiente a la voluta.

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $\eta_h = 0.794$; $H_{Lv} = 1.64\ m$

En primer lugar, se obtiene el valor de la velocidad de arrastre del rodete a la salida:

$$u_2 = \omega \frac{D_2}{2}$$

$$u_2 = \frac{2\pi}{60} 1000 \frac{0.355}{2}$$

$$u_2 = 18.59\ m/s$$

Conocemos el dato de la velocidad meridiana a la salida, puesto que es igual a la componente radial de la velocidad, que es un dato del problema:

$$v_{u2} = u_2 - \frac{v_{m2}}{\tan \beta_2}$$

$$v_{u2} = 18.59 - \frac{2.4}{\tan 30°} = 14.43\ m/s$$

Obtenemos la altura de Euler:

$$H_t = \frac{v_{u2} u_2}{g} = \frac{14.43 \cdot 18.59}{9.81} = 27.34\ m$$

Conocido el valor de H, se calcula el rendimiento hidráulico:

$$\eta_h = \frac{H}{H_t} = \frac{21.7}{27.34} = 0.784$$

La altura de pérdidas corresponderá a la diferencia entre H y H_t:

$$H_L = H_t - H = 5.64\ m$$

Esa altura de pérdidas está compuesta por las pérdidas en el rodete y las pérdidas en la voluta, porque se especifica que no se tiene en cuenta el difusor. Por tanto, conociendo la altura de pérdidas del rodete y las pérdidas totales, se puede obtener la altura de pérdidas en la voluta.

$$H_{Lv} = H_L - H_{Lr} = 1.64\ m$$

Problema 4

De una bomba centrífuga se conocen los siguientes datos geométricos:

- Diámetro interior $D_1 = 101.6\ mm$
- Diámetro exterior $D_2 = 177.8\ mm$
- Ángulo de entrada de los álabes $\beta_1 = 30°$
- Ángulo de salida de los álabes $\beta_2 = 20°$
- Anchura de entrada y salida $b_1 = b_2 = 44.5\ mm$
- Velocidad de giro $n = 1440\ rpm$

a) Calcular el caudal de agua bombeado.
b) Calcular la altura suministrada por la bomba.
c) Calcular la potencia consumida por la bomba.

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $Q = 0.063\ m^3/s$; $H_t = H = 8.81\ m$; $P_e = P = 5445\ W$

En primer lugar, se obtiene el valor de la velocidad de arrastre del rodete a la entrada y a la salida:

$$u_1 = \omega \frac{D_1}{2} \quad u_2 = \omega \frac{D_2}{2}$$

$$u_1 = \frac{2\pi}{60} 1440 \frac{0.1016}{2} \quad u_2 = \frac{2\pi}{60} 1440 \frac{0.1778}{2}$$

$$u_1 = 7.66\ m/s \quad u_2 = 13.4\ m/s$$

Si suponemos entrada radial, entonces se puede obtener la velocidad meridiana a la entrada:

$$v_1 = v_{1m} = u_1 \tan \beta_1$$

$$v_{1m} = 4.42\ m/s$$

$$Q = \pi D_1 b_1 v_{m1}$$

$$Q = \pi \cdot 0.1016 \cdot 0.0445 \cdot 4.42 = 0.063\ m^3/s$$

De la ecuación del caudal se puede despejar la velocidad meridiana a la salida:

$$v_{m2} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2} = \frac{0.063}{\pi \cdot 0.1778 \cdot 0.0445} = 2.53\ m/s$$

$$v_{u2} = u_2 - \frac{v_{m2}}{\tan \beta_2}$$

$$v_{u2} = 13.4 - \frac{2.53}{\tan 20°} = 6.45\ m/s$$

Obtenemos la altura de Euler:

$$H_t = \frac{v_{u2} u_2}{g} = \frac{6.45 \cdot 13.4}{9.81} = 8.81\ m$$

Calculamos la potencia consumida:

$$P = P_e = \rho g Q H_t = 5445\ W$$

Problema 5

Se quiere diseñar un prototipo de bomba centrífuga para un caudal $Q_1 = 6\ m^3/s$, una altura $H_1 = 120\ m$ y una velocidad de giro de 450 rpm. Se va a construir un modelo a escala que funcione con un caudal $Q_2 = 0.15\ m^3/s$ y un consumo de potencia $P_2 = 150\ kW$.

a) Calcular la relación de tamaño entre el prototipo y el modelo, si ambos funcionan a la misma velocidad de giro.
b) Calcular la altura suministrada por el modelo a escala.
c) Calcular la potencia consumida por el prototipo.

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $D_2/D_1 = 0.29$; $H_2 = 10.09\ m$; $P_1 = 73131\ kW$

De las relaciones de semejanza para máquinas a escala se obtiene:

$$Q_2 = Q_1 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^3$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^{1/3}$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{0.15}{6}\right)^{1/3}$$

$$\frac{D_2}{D_1} = 0.29$$

$$H_2 = H_1 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

$$H_2 = 120(0.29)^2 = 10.09\ m$$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^5$$

$$P_1 = \frac{P_2}{\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^5}$$

$$P_1 = \frac{150}{(0.29)^5} = 73131\ kW$$

Actividad 4

Problema 1

Una turbina Pelton funciona bajo un salto neto $H_n = H = 200\ m$ y tiene un rendimiento máximo para una potencia exterior de 700 kW, girando a una velocidad $n = 600\ rpm$ y con un caudal $Q = 0.6\ m^3/s$. El diámetro del rodete es $D_m = 830\ mm$, el coeficiente de velocidad del inyecto es $C_V = 0.97$, $\alpha_1 = 0$ y el triángulo de salida es rectángulo. Se consideran despreciables las pérdidas por fricción en el rodete. Calcular:

a) La altura de pérdidas de carga en el inyector.
b) La altura de pérdidas de carga a la salida de la turbina.
c) El salto o altura útil (altura de Euler).
d) El rendimiento hidráulico.

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $H_{iny} = 11.82\ m$; $H_s = 26.65\ m$; $H_t = 161.51\ m$; $\eta_h = 0.81$

a) La altura de pérdidas de carga en el inyector.

En el inyector se produce una pérdida de carga que puede expresarse en forma de altura de columna de agua. Se pierde energía cinética porque disminuye ligeramente la velocidad del fluido, por lo que será necesario calcular la diferencia de velocidades en forma de altura de columna de agua. La velocidad de entrada al inyector será:

$$v_e = \sqrt{2gH}$$

Y la velocidad de salida del inyector será la misma que hay a la entrada del rodete:

$$v_1 = C_v\sqrt{2gH}$$

La diferencia entre las velocidades, expresada en metros de columna de agua puede expresarse de la siguiente forma:

$$H_{iny} = \frac{v_e^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$$

$$H_{iny} = \frac{\sqrt{2gH}^2}{2g} - \frac{\left(C_v\sqrt{2gH}\right)^2}{2g}$$
$$H_{iny} = H - C_v^2 H$$
$$H_{iny} = (1 - C_v^2)H = \mathbf{11.82\ m}$$

b) La altura de pérdidas de carga a la salida de la turbina.

A la salida de la turbina, el agua tiene una cierta velocidad, por lo que lleva una cantidad de energía cinética que no ha podido ser aprovechada en la turbina. De forma análoga al apartado anterior, la altura de energía de esas pérdidas de carga puede expresarse como:

$$H_s = \frac{v_2^2}{2g}$$

Por tanto, será necesario obtener la velocidad a la salida. Comenzamos calculando la velocidad a la entrada y la velocidad del rodete:

$$v_1 = C_v\sqrt{2gH} = 60.76\ m/s$$
$$u = \omega\frac{D_m}{2} = 600\frac{2\pi}{60}\frac{0.830}{2} = 26.075\ m/s$$

Del triángulo de velocidad a la entrada se obtiene que:

$$w_1 = v_1 - u = 34.688\ m/s$$

Como no se consideran las pérdidas de carga en el rodete, se cumple que:

$$w_2 = w_1 = 34.688\ m/s$$

A partir de las relaciones geométricas del triángulo de salida, donde se indica que $\alpha_2 = 90°$, se puede obtener el ángulo β_2 y la velocidad a la salida:

$$\cos\beta_2 = \frac{u}{w_2} \to \beta_2 = 41.25°$$
$$\sin\beta_2 = \frac{v_2}{w_2} \to v_2 = 22.87\ m/s$$

$$H_s = \frac{v_2^2}{2g} = \mathbf{26.65\ m}$$

c) El salto o altura útil (altura de Euler).

El salto útil puede obtenerse de dos formas, la primera de ellas es a través de la ecuación de Euler para turbinas:

$$H_t = \frac{u(v_1 - u)(1 + \cos\beta_2)}{g} = \mathbf{161.51\ m}$$

La segunda forma es a través de la siguiente relación:

$$H = H_{iny} + H_t + H_s$$

En cualquier caso, el resultado es el mismo.

d) El rendimiento hidráulico.

Como se conocen el salto neto y la altura de Euler, a través de la ecuación del rendimiento hidráulico se obtiene el resultado directamente:

$$\eta_h = \frac{H_t}{H} = 0.81$$

Problema 2

Una turbina de flujo radial (Francis) tiene un rodete de diámetro exterior $D_1 = 38\ cm$ y diámetro interior $D_2 = 26\ cm$. Las anchuras de los álabes a la entrada y salida son, respectivamente, $b_1 = 6\ cm$ y $b_2 = 18\ cm$. El ángulo de los álabes a la entrada es $\beta_1 = 90°$ y el agua sale del rodete con una velocidad sin componente tangencial. La potencia generada por la turbina es 196 kW y la velocidad de giro del rodete es $n = 950\ rpm$. El rendimiento hidráulico es $\eta_h = 0.9$ y el rendimiento mecánico $\eta_m = 0.98$. No se consideran pérdidas volumétricas. Calcular:

a) Altura neta.
b) El caudal que atraviesa la turbina
c) Los ángulos α_1 y β_2

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $H = 40.47\ m$; $Q = 0.56\ m^3/s$; $\alpha_1 = 22.45°$; $\beta_2 = 16.42°$

a) Altura neta.

Para calcular la altura neta primero vamos a calcular la altura de Euler:

$$H_t = \frac{u_1 v_1 \cos\alpha_1 - u_2 v_2 \cos\alpha_2}{g}$$

Como en el enunciado se especifica que la velocidad de salida sólo tiene componente radial, entonces el ángulo $\alpha_2 = 90°$ y, por tanto, la ecuación se simplifica:

$$H_t = \frac{u_1 v_1 \cos\alpha_1}{g}$$

Por otra parte, en el enunciado se especifica que $\beta_1 = 90°$, por lo que la velocidad del rodete a la entrada será igual a la componente tangencial de la velocidad, $u_1 = v_{u1}$:

$$H_t = \frac{u_1^2}{g}$$

$$u_1 = \omega\frac{D_1}{2} = 18.9\ m/s$$

$$H_t = \frac{u_1^2}{g} = 36.42\ m$$

Para obtener la altura neta se utiliza la definición del rendimiento hidráulico:

$$H = \frac{H_t}{\eta_h} = \mathbf{40.47\ m}$$

b) El caudal que atraviesa la turbina

El caudal puede obtenerse a partir de la ecuación de la potencia exterior:

$$P_e = \eta\rho g Q H = \eta_h \eta_m \rho g Q H$$

$$Q = \frac{P_e}{\eta_h \eta_m \rho g H} = \mathbf{0.56\ m^3/s}$$

c) Los ángulos α_1 y β_2

A partir de la ecuación que relaciona el caudal y la velocidad meridiana podemos obtener los ángulos:

$$Q = \pi D_1 b_1 v_{m1} = \pi D_2 b_2 v_{m2}$$

$$v_{m1} = \frac{Q}{\pi D_1 b_1} = 7.81\ m/s$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{v_{m1}}{u_1} \rightarrow \alpha_1 = \mathbf{22.45°}$$

$$v_{m2} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2} = 3.81\ m/s$$

$$u_2 = \omega \frac{D_2}{2} = 12.93\ m/s$$

$$\tan \beta_2 = \frac{v_{m2}}{u_2} \rightarrow \beta_2 = \mathbf{16.42°}$$

Problema 3

Se desea construir una turbina Pelton para un salto neto $H_n = H = 500\ m$ y un caudal de $Q = 1.2\ m^3/s$. La velocidad específica de la turbina seleccionada es $n_s = 20\ rpm$, el rendimiento global es $\eta = 0.85$ y el coeficiente de pérdidas en el inyector es $C_v = 0.98$. Se consideran despreciables las pérdidas volumétricas. Calcular:

a) La potencia generada por la turbina.
b) La velocidad de giro de la turbina.
c) La velocidad del fluido a la entrada del rodete, v_1
d) El diámetro del chorro.

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $P_e = 5003\ kW$; $n = 573\ rpm$; $v_1 = 97\ m/s$; $d = 0.126\ m$;

a) La potencia generada por la turbina.

$$P_e = \eta \rho g Q H = 5003\ kW$$

b) La velocidad de giro de la turbina.

Conociendo la velocidad específica, la potencia y la altura, se puede despejar la velocidad de giro de la ecuación de la velocidad específica de una turbina:

$$n_s = n\frac{P_e^{1/2}}{H^{5/4}}$$
$$n = n_s\frac{H^{5/4}}{P_e^{1/2}} = 573\ rpm$$

c) La velocidad del fluido a la entrada del rodete, v_1

$$v_1 = C_v\sqrt{2gH} = 97\ m/s$$

d) El diámetro del chorro.

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi v_1}} = 0.126\ m$$

Problema 4

Se desea diseñar una turbina Francis para una central hidroeléctrica. El salto neto es $H_n = H = 285\ m$, la velocidad de giro es $n = 428.6\ rpm$ y la potencia generada es de 109000 CV. El ángulo $\alpha_1 = 14°$, el coeficiente de descarga del distribuidor es $k_v = 0.66$ y el coeficiente $k_u = 0.735$. El rendimiento mecánico es $\eta_m = 0.95$ y no se consideran pérdidas volumétricas. Calcular:

a) Velocidad específica de la turbina.
b) Velocidades v_1 y u_1
c) Diámetro del rodete, D_1
d) Rendimiento hidráulico (suponiendo condiciones de diseño óptimas)
e) Caudal de diseño.

NOTA: Propiedades del agua $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\mu = 0.001\ Pa \cdot s$

SOLUCIÓN: $n_s = 121\ rpm$; $v_1 = 49\ m/s$; $u_1 = 55\ m/s$; $D_1 = 2.45\ m$; $\eta_h = 0.94$; $Q = 32.11\ m^3/s$

a) Velocidad específica de la turbina.

La velocidad específica de la turbina se puede calcular de forma directa, puesto que se tiene todos los datos necesarios:

$$n_s = n\frac{P_e^{1/2}}{H^{5/4}} = \mathbf{121}\,\boldsymbol{rpm}$$

b) Velocidades v_1 y u_1

Conocidos los valores de k_v y k_u se pueden obtener las velocidades de la siguiente forma:

$$v_1 = k_v\sqrt{2gH} = \mathbf{49}\ \boldsymbol{m/s}$$

$$u_1 = k_u\sqrt{2gH} = \mathbf{55}\ \boldsymbol{m/s}$$

c) Diámetro del rodete, D_1

Conocida la velocidad del rodete a la entrada, se puede despejar directamente el diámetro del rodete:

$$D_1 = \frac{2u_1}{\omega} = \mathbf{2.45}\ \boldsymbol{m}$$

d) Rendimiento hidráulico (suponiendo condiciones de diseño óptimas)

$$\eta_h = 2k_v k_u \cos\alpha_1 = \mathbf{0.94}$$

e) Caudal de diseño.

El caudal puede obtenerse a partir de la ecuación de la potencia, teniendo en cuenta el rendimiento hidráulico y mecánico:

$$Q = \frac{P_e}{\eta_h\eta_m\rho g H} = \mathbf{32.11}\ \boldsymbol{m^3/s}$$

Bibliografía

- Agüera-Soriano, J. (2001). Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas. Editorial Ciencia 3.

- Bergadà-Grañó, J. M. (2012). Mecánica de fluidos: breve introducción teórica con problemas resueltos. Universitat Politècnica de Catalunya.

- De las Heras, S. (2011). Fluidos, bombas e instalaciones hidráulicas. Universitat Politècnica de Catalunya.

- García-Rodríguez, J. A. (2013). Teoría de máquinas e instalaciones de fluidos. Prensas de la Universidad de Zaragoza.

- Hernández-Rodríguez, J., Gómez del Pino, P. y Zanzi, C. (2016). Máquinas hidráulicas: problemas y soluciones. UNED - Universidad Nacional de Educación a Distancia.

- Sánchez-Domínguez, U. (2013). Máquinas hidráulicas. ECU.

- Zamora-Parra, B. y Viedma-Robles, A. (2016). Máquinas hidráulicas: teoría y problemas. Universidad Politécnica de Cartagena.

Conclusiones

El diseño y comprensión de las máquinas hidráulicas, como bombas y turbinas, son fundamentales para el funcionamiento eficiente de sistemas hidráulicos en diversas aplicaciones.

La capacidad de los ingenieros para aplicar principios de mecánica de fluidos y dimensionar instalaciones hidráulicas es esencial para garantizar un manejo eficiente del agua u otros fluidos en proyectos de ingeniería civil, sistemas de suministro de agua, generación de energía hidroeléctrica, entre otros.

Además, la inclusión de temas como el cálculo de pérdidas de carga y el diseño de redes de distribución en instalaciones hidráulicas resalta la integralidad y la importancia de abordar no solo la eficiencia de las máquinas individuales, sino también la optimización de todo el sistema.

En resumen, la formación en máquinas hidráulicas es esencial para que los ingenieros sean capaces de enfrentar desafíos prácticos y contribuir al diseño eficiente y sostenible de sistemas hidráulicos en diversas aplicaciones de ingeniería.

En Castellón de la Plana, a fecha firma digital

SERGIO VICENTE|CAYUELA|GARCIA

Firmado digitalmente por SERGIO VICENTE|CAYUELA|GARCIA
Nombre de reconocimiento (DN): cn=SERGIO VICENTE|CAYUELA|GARCIA, serialNumber=19012004C, givenName=SERGIO VICENTE, sn=CAYUELA GARCIA, ou=CIUDADANOS, o=ACCV, c=ES
Fecha: 2024.02.21 22:52:56 +01'00'

Sergio Vicente Cayuela Garcia
Maestría en Ingeniería Eléctrica
UM83197SY92415