N

Nombre de la Maestría

Ingeniería de sistemas

Nombre del alumno

Sergio Vicente Cayuela García

ID Alumno

UM83197SY92415

Nombre del curso

Métodos Matemáticos e Investigación Operativa

Código #

MMA 466

Nombre del Tutor

Amanda Gutiérrez

Fecha

25 de febrero de 2024

Métodos Matemáticos e Investigación Operativa

Objetivos del Curso:

La investigación operativa (IO) es una rama de las matemáticas que consiste en el uso de modelos matemáticos, estadística y algoritmos con objeto de realizar un proceso de toma de decisiones con la finalidad de mejorar (u optimizar) su funcionamiento.

La IO permite el análisis de la toma de decisiones para obtener un resultado final que consistirá es un modelo matemático que relaciona las variables, las restricciones y la función objetivo. Una de las áreas más importantes de la IO es la **programación lineal,** donde la solución del modelo consiste en dar el valor de las variables de la decisión que optimizan (maximizan o minimizan), el valor de la función objetivo a la vez que satisfacen el conjunto de restricciones. La solución resultante se denomina solución posible óptima.

En la asignatura se presentará el **método Símplex** para resolver los problemas de programación lineal, se introducirá **el problema dual y la programación lineal entera mixta**, cuando las variables de un problema lineal estén sujetas a la condición de integridad o sean binarias. Asimismo, se hará hincapié en la aplicación al modelado para la resolución de problemas. En este sentido, se aplicará a modelos como son el problema del viajante, el problema del transporte y el problema de la mochila, entre otros.

Para finalizar, se introducirá la **programación dinámica, la teoría de juegos**, así como una breve introducción a la **programación no lineal**.

Contenidos

Tema 7. Problemas de transporte y asignación
Problema de transporte
Método Símplex de transporte
Problema de asignación
Algoritmo húngaro

Tema 8. Optimización de redes
Introducción
Tipos de modelos de optimización de redes
Método Monte Carlo

Tema 9. Programación entera mixta
Introducción
Programación entera mixta: modelización
Programación entera binaria
Modelos básicos en planificación

Tema 10. Métodos de resolución de programación entera mixta
Introducción
Métodos de planos de corte
Método de ramificación y acotación (Branch and Bound)
Heurísticas

Tema 11. Teoría de juegos
Introducción
Análisis de decisiones
Juegos no cooperativos
Equilibrio de Nash
Aplicaciones
Juegos cooperativos

Tema 12. Programación no lineal
Problemas de restricciones con igualdad
Problemas de restricciones con desigualdad

Metodología

Las **actividades formativas** de la asignatura se han elaborado con el objetivo de adaptar el proceso de aprendizaje a las diferentes capacidades, necesidades e intereses de los alumnos.

Las actividades formativas de esta asignatura son las siguientes:

- **Trabajos y Lecturas.** Se trata de actividades de diferentes tipos: reflexión, análisis de casos, prácticas, etc. Además de **análisis de textos** relacionados con diferentes temas de la asignatura.

Actividad 1: Ejercicio de programación lineal continua

1. Condiciones iniciales

- Identificación de la función objetivo:

El objetivo es maximizar el beneficio la juguetería con la venta de los lotes, por lo tanto:

$$f_{(x,y)} = 6.5 \cdot x + 7 \cdot y$$

Se identifican las variables de decisión:

x_1=Lotes del tipo A
x_2=Lotes del tipo B

- Identificación de las restricciones del problema:

Tipo de material	x		y	Disponible
Pelotas	$2\cdot x$	+	$3\cdot y$	≤ 600
Yoyós	x	+	y	≤ 500
Peonzas	$2\cdot x$	+	y	≤ 400

2. Resolución del problema por el método simplex

$$Z = 6.5 \cdot x + 7 \cdot y; \quad Z - 6.5 \cdot x - 7 \cdot y = 0$$

- Matriz de funciones

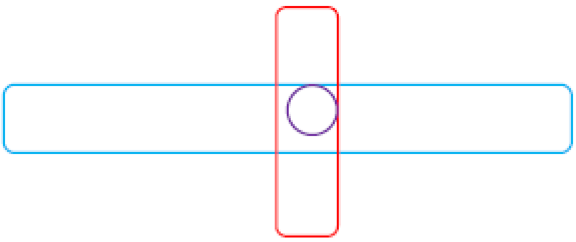
$$\begin{array}{cccccccc}
Z & -6{,}5x & -7y & & & & = & 0 \\
 & 2x & 3x & S_1 & & & = & 600 \\
 & x & y & & S_2 & & = & 500 \\
 & 2x & y & & & S_3 & = & 400
\end{array}$$

- Tabla simplex

Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R	
1	$-6{,}5x$	$-7y$	0	0	0	0	
0	2	3	1	0	0	600	$\frac{600}{3} = 200$
0	1	1	0	1	0	500	$\frac{500}{1} = 500$
0	2	1	0	0	1	400	$\frac{400}{1} = 400$

Si identifica la columna pivote, teniendo en cuenta las variables de decisión (x,y). Nos quedamos con la mas negativa. Seguidamente se identifica la fila pivote, dividiendo las constantes del resultado entre los valores de la columna pivote, para seguidamente escoger el resultado menor. En este caso nuestro elemento pivote es 3. Una vez encontrado el elemento pivote se debe llevar a cabo una transformación para convertir el 3 en un 1.

Hallado el elemento pivote se va a convertir en valores 1.



$$\begin{array}{cccccccccc} & F_1 & 1 & -6{,}5 & -7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3}x & F_2 & 0 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 600 \\ & F_3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 500 \\ & F_4 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 400 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} F_1 & 1 & -6{,}5 & -7 & 0 & 0 & 0 & 0 & & +7 \cdot F_2 + F_1 \\ F_2 & 0 & \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 200 & & \\ F_3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 500 & & -1 \cdot F_2 + F_3 \\ F_4 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 400 & & -1 \cdot F_2 + F_4 \end{array}$$

En este paso vamos a transformar los valores de, por encima y por debajo, del elemento pivote a 0.

$$\begin{array}{cccccccc} 7 \cdot & [0 & \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 200] \\ & 1 & -6{,}5 & -7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & \frac{-11}{6} & 0 & \frac{7}{3} & 0 & 0 & 1400 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} -1 \cdot & [0 & \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 200] \\ & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 500 \\ \hline & 1 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 1 & 0 & 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} -1 \cdot & [0 & \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 200] \\ & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 400 \\ \hline & 0 & \frac{4}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 1 & 200 \end{array}$$

$$
\begin{array}{lccccccclc}
F_1 & 1 & \frac{-11}{6} & 0 & \frac{7}{3} & 0 & 0 & 1400 & & \\
F_2 & 0 & \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 200 & & \frac{200}{\frac{2}{3}} = 300 \\
F_3 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 1 & 0 & 300 & & \frac{300}{\frac{1}{3}} = 900 \\
F_4 & 0 & \frac{4}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 1 & 200 & \cdot\frac{3}{4} & \frac{200}{\frac{4}{3}} = 150
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lccccccclc}
F_1 & 1 & \frac{-11}{6} & 0 & \frac{7}{3} & 0 & 0 & 1400 & & \\
F_2 & 0 & \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 200 & & \frac{200}{\frac{2}{3}} = 300 \\
F_3 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 1 & 0 & 300 & & \frac{300}{\frac{1}{3}} = 900 \\
F_4 & 0 & \frac{4}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 1 & 200 & \cdot\frac{3}{4} & \frac{200}{\frac{4}{3}} = 150
\end{array}
$$

Se multiplica el los nuevos valores del elemento pivote por ¾ con el objetivo de que lleguen a ser un 1.

$$
\begin{array}{lcccccccl}
F_1 & 1 & \frac{-11}{6} & 0 & \frac{7}{3} & 0 & 0 & 1400 & +\frac{11}{6}\cdot F_4 + F_1 \\
F_2 & 0 & \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 200 & -\frac{2}{3}\cdot F_4 + F_2 \\
F_3 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 1 & 0 & 300 & -\frac{1}{3}\cdot F_4 + F_3 \\
F_4 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & 150 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcccccccc}
\frac{11}{6}\cdot & [0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & 150 \\
 & 1 & \frac{-11}{6} & 0 & \frac{7}{3} & 0 & 0 & 1400 \\
 & 1 & 0 & 0 & \frac{45}{24} & 0 & \frac{11}{8} & 1675
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lccccccc}
-\frac{2}{3}\cdot & [0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & 150 \\
 & 1 & \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 200 \\
\hline
 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 100
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lccccccc}
-\frac{1}{3}\cdot & [0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & 150 \\
 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 1 & 0 & 300 \\
\hline
 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{36} & 1 & -\frac{1}{4} & 250
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & Z & X_1 & X_2 & S_1 & S_2 & S_3 & R \\
F_1 & 1 & 0 & 0 & \frac{45}{23} & 0 & \frac{11}{8} & 1675 \\
F_2 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 100 \\
F_3 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{36} & 1 & -\frac{1}{4} & 250 \\
F_4 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & 200
\end{array}
$$

- Resultado final:

$$Z = 1675$$

$$X_1 = 150$$

$$X_2 = 100$$

3. Resolución por el método gráfico

Con las restricciones planteadas al principio del ejercicio podemos obtener un sistema de ecuaciones e inecuaciones. Con ello podemos representar una grafica

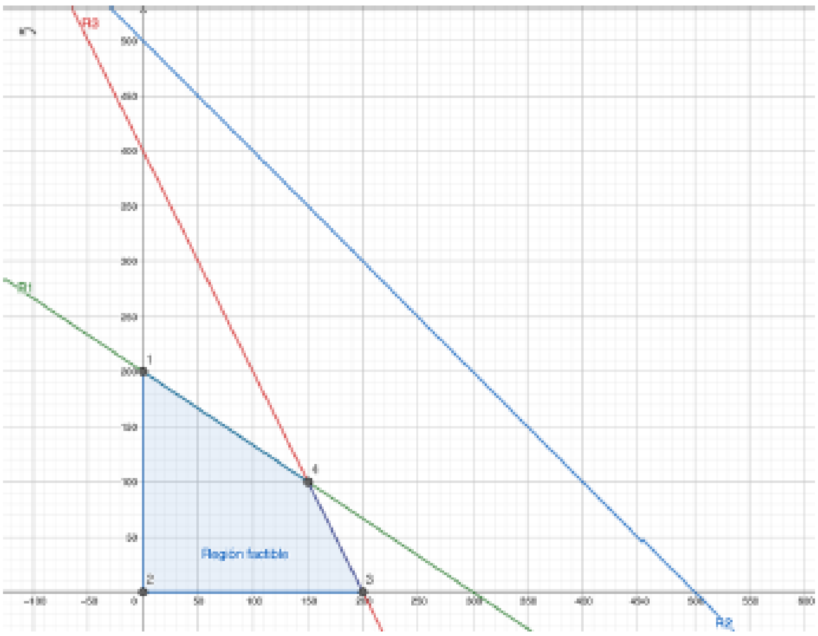
$$\begin{bmatrix} 2X_1 + 3X_2 \leq 600 \\ X_1 + X_2 \leq 500 \\ 2X_1 + X_2 \leq 400 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2X_1 + 3X_2 = 600 \\ X_1 + X_2 = 500 \\ 2X_1 + X_2 = 400 \end{bmatrix}$$

$$R_1 \Rightarrow \quad \begin{array}{cccc} 2X_1 + 3X_2 = 600 & & X_1 & X_2 \\ X_1 + X_2 = 500 & P_1 & (0, & 200) \\ 2X_1 + X_2 = 400 & P_2 & (300, & 0) \end{array}$$

$$R_2 \Rightarrow \quad \begin{array}{cccc} X_1 + X_2 = 500 & & X_1 & X_2 \\ X_2 = 500 & P_1 & (0, & 500) \\ X_1 = 500 & P_2 & (500, & 0) \end{array}$$

$$R_3 \Rightarrow \quad \begin{array}{cccc} 2X_1 + X_2 = 400 & & X_1 & X_2 \\ X_2 = 400 & P_1 & (0, & 400) \\ 2X_1 = 400 & P_2 & (200, & 0) \end{array}$$

- Representación gráfica:



- Tabla de valores de las variables:

$Vertices$	X_2	X_2	$Función\ objetivo$	$Z = 6.5 \cdot x + 7 \cdot y$
1	0	200	1400	
2	0	0	0	
3	200	0	1300	
4	150	100	1675	

- Resultado final:

$$Z = 1675$$

$$X_1 = 150$$

$$X_2 = 100$$

4. Resolución mediante herramienta Solver (Excel)

El primer paso es establecer la tabla de datos:

Tipo	Pelotas	Yoyós	Peonzas	Unidades	€/lote	Beneficio
Lote A	2	1	2		6,5	0
Lote B	3	1	1		7	0

Materiales usados	0	0	0		Total Beneficios:	

Celdas con las variables de decisión:

E4=X_1 -> Ventas de lote A

E5=X_2 -> Ventas de lote B

Ecuaciones de suma de productos gastados dentro de las celdas:

B7=(E4·B4)+(E5·B5)

C7=(E4·C4)+(E5·C5)

D7=(E4·D4)+(E5·D5)

Ecuación objetivo de suma de ingresos dentro de la celda:

G7= (E4*6,5)+(E5*7)

Se asignan las funciones de la herramienta Solver:

Función objetivo: G7

Variables: E4 y E5

Restricciones de producto B7, C7 y D7.

Solver nos muestra los resultados obtenidos:

Tipo	Pelotas	Yoyós	Peonzas	Unidades	€/lote	Beneficio
Lote A	2	1	2	150	6,5	0
Lote B	3	1	1	100	7	0

Materiales usados	600	250	400		Total Beneficios:	1675

5. Conclusiones

Con los resultados de los tres sistemas de resolución del problema podemos observar que obtenemos los mismos resultados. Ello nos indica que los resultados son coherentes y correctos.

Actividad 2: Análisis de sensibilidad

Objetivos:

El objetivo es que el alumno se familiarice con la realización de este tipo de ejercicios, así como que los desarrolle manualmente para que posteriormente comprenda los resultados cuando utilice el ordenador para problemas reales más complejos y con un mayor número de variables.

Descripción de la actividad:

Una empresa fabrica tres tipos de pantallas de plasma curvas: de 36 pulgadas, de 40 pulgadas y de 46 pulgadas. Hay tres departamentos involucrados en su fabricación: ensamblaje, especificaciones, y calidad.

En el departamento de ensamblaje se trabajan 400 horas a la semana, en el de especificaciones 240 y en el de calidad 480.

Para fabricar una pantalla de 36 pulgadas se requieren 2 horas de ensamblaje, 1 de especificaciones y 2 de calidad, y su beneficio unitario obtenido es de 60 000 €. Para fabricar una pantalla de 40 pulgadas se requieren 4 horas de ensamblaje, 2 de especificaciones y 3 de calidad, y el beneficio unitario obtenido es de 120 000 €. Para fabricar una pantalla de 46 pulgadas se requieren 6 horas de ensamblaje, 3 de especificaciones y 8 de calidad, con un beneficio unitario de 210 000 €.

- El número de pantallas a fabricar para maximizar el beneficio.

Para maximizar el beneficio, procedemos a resolver el problema por el método SIMPLEX:

	Tiempo necesario fabricacion			**Tiempo disponible por semana**
Operaciones	**X1 - 36"**	**X2 - 40"**	**X3 - 46"**	
Ensamblaje	2	4	6	400
Especificaciones	1	2	3	240
Calidad	2	3	8	480
Beneficios	60,000	120,000	210,000	

Maz Z = 60,000X1 + 120,000X2 + 210,000X3

s.a:

$$2X1 + 4X2 + 6X3 \leq 400$$
$$X1 + 2X2 + 3X3 \leq 240$$
$$2X1 + 3X2 + 8X3 \leq 480$$
$$x1, x2, x3 > 0$$

TABLA SIMPLEX								
	z	x1	x2	x3	s1	s2	s3	Solucón
z	1	-60	-120	-210	0	0	0	0
s1	0	2	4	6	1	0	0	400
s2	0	1	2	3	0	1	0	240
s3	0	2	3	8	0	0	1	480

TABLA SIMPLEX									
	z	x1	x2	x3	s1	s2	s3	Solucón	**Marcamos columna pivote (X3) y fila pivote (S3) (ENTRA/SALE) Número pivote: 8**
z	1	-60	-120	-210	0	0	0	0	
s1	0	2	4	6	1	0	0	400	
s2	0	1	2	3	0	1	0	240	
s3	0	2	3	8	0	0	1	480	

TABLA SIMPLEX									
	z	x1	x2	x3	s1	s2	s3	Solucón	**Sustituimos variables y dividimos toda la fila entre 8 para convertir elemento pivote en 1**
z	1	-60	-120	-210	0	0	0	0	
s1	0	2	4	6	1	0	0	400	
s2	0	1	2	3	0	1	0	240	
X3	0	0,25	0,375	1	0	0	0,125	60	

	TABLA SIMPLEX								
		z	x1	x2	x3	s1	s2	s3	Solucón
210*F4+F1	z	1	-7,5	-41,25	0	0	0	26,25	12600
-6*F4+F2	s1	0	0,5	1,75	0	1	0	-0,75	40
-3*F4+F3	s2	0	0,25	0,875	0	0	1	-0,375	60
	X3	0	0,25	0,375	1	0	0	0,125	60

Realizar operaciones para convertir números de la columna pivote en 0

Repetimos pasos para eliminar siguiente número negativo

TABLA SIMPLEX								
	z	x1	x2	x3	s1	s2	s3	Solucón
z	1	-7,5	-41,25	0	0	0	26,25	12600
s1	0	0,5	1,75	0	1	0	-0,75	40
s2	0	0,25	0,875	0	0	1	-0,375	60
X3	0	0,25	0,375	1	0	0	0,125	60

Marcamos columna pivote (X2) y fila pivote (S1) (ENTRA/SALE)
Número pivote: 1,75

TABLA SIMPLEX								
	z	x1	x2	x3	s1	s2	s3	Solucón
z	1,000	-7,500	-41,250	0,000	0,000	0,000	26,250	12600,000
X2	0,000	0,286	1,000	0,000	0,571	0,000	-0,429	22,857
s2	0,000	0,250	0,875	0,000	0,000	1,000	-0,375	60,000
X3	0,000	0,250	0,375	1,000	0,000	0,000	0,125	60,000

Sustituimos variables y dividimos toda la fila entre 1,75 para convertir elemento pivote en 1

	TABLA SIMPLEX								
		z	x1	x2	x3	s1	s2	s3	Solucón
41,25*F2+F1	z	1	4,29	0	0	23,57	0	8,57	**13542,857**
	X2	0	0,26	1	0	0,57	0	-0,43	**22,85**
-0,88*F2+F3	s2	0	0,00	0	0	-0,50	1	0,00	39,89
-0,38*F2+F4	**X3**	0	0,14	0	1	-0,22	0	0,29	**51,31**

Realizar operaciones para convertir números de la columna pivote en 0

COMPROBACIÓN MEDIANTE SOLVER:

Variables	**x1**	**x2**	**x3**		**F0(MAX)**	13542857,14
Valor final	0	22,8571429	51,4285714			
Beneficio	60.000	120.000	210.000			
Restricciones:						
ensamblaje	2	4	6	400	≤	400
especificaciones	1	2	3	200	≤	240
calidad	2	3	8	480	≤	480

Como ya no quedan números negativos en la función objetivo Z, podemos concluir que, para maximizar el beneficio a la hora de fabricar pantallas con las restricciones y beneficios descritos, de deberían fabricar **x1=0 (pantallas de 36), x2= 22.9 (pantallas de 40")** y **x3= 51.3 (pantallas de 46")** con un **beneficio óptimo de 13.542,857€.**

Se ha comprobado mediante SOLVER el resultado y es exactamente el mismo.

La solución calculada, no es óptima ya que la fabricación de pantallas deben ser números enteros. Debemos replantear el problema para buscar la solución dual para tratar de obtener unos resultados más precisos y con números enteros.

Función objetivo PRIMAL	**Función objetivo DUAL**
Z Max = 60000X1+120000X2+ 210000X3	G Min = 400Y1+240Y2+480Y3
2X1+4X2+6X3 ≤ 400	2Y1+Y2+2Y3 ≥ 60000
X1+2X2+3X3 ≤ 240	4Y1+2Y2+3Y3 ≥ 120000
2X1+3X2+8X3 ≤480	6Y1+3Y2+8Y3 ≥ 210000
Xi (i=1,2,3) ≥ 0	Yi (i=1,2,3) ≥ 0

En el problema primal nos encontramos con un ejercicio de maximización, por lo tanto, el planteamiento de la solución dual será de minimización. Se puede observa que en el planteamiento el ejercicio que las inecuaciones están traspuestas. Las variables de decisión pasan a ser las restricciones y las restricciones originales pasan a ser las nuevas variables de decisión (Y1 y Y2). Por tanto, el desarrollo será:

Función objetivo dual: G=400Y1+240Y2+480Y3

Restricciones:

2Y1+4Y2+6Y3 >= 600000

4Y1+2Y2+6Y3 >= 1200000

6Y1+3Y2+8Y3 >= 2100000

Resuelto con SOLVER:

Variables	y1	y2	y3		F0(MIN)	13542857,14
Valor final	23571,42857	0	8571,42857			
Beneficio	400	240	480			
Restricciones:						
ensamblaje	2	1	2	64285,7143	≥	60000
especificaciones	4	2	3	120000	≥	120000
calidad	6	3	8	210000	≥	210000

Variables	x1	x2	x3		F0(MAX)	13530000
Valor final	3	22	51			
Beneficio	60.000	120.000	210.000			
Restricciones:						
ensamblaje	2	4	6	400	≤	400
especificaciones	1	2	3	200	≤	240
calidad	2	3	8	480	≤	480

La solución óptima final de la minimización es:

Fabricar 3 pantallas de 36”

Fabricar 22 pantallas de 40”

Fabricar 51 pantallas de 46”

Obtendremos un beneficio de 13.523,000€

El beneficio mínimo obtenido por la función es de w=13530000 unidades. La diferencia que presentan los dos resultados es mínima teniendo en cuenta el tamaño del valor obtenido. Esta desviación puede ser causa de las aproximaciones de decimales durante los cálculos del sistema. Se entiende que estos resultados dan los mismos valores y, gracias estos resultados se puede demostrar la dualidad fuerte del modelo. En este caso el resultado del planteamiento primal, coincide con el planteamiento dual. De este modo se demuestra también, que la solución óptima es correcta.

- **¿Entre qué límites puede variar el tiempo disponible en el departamento de ensamblaje para que la solución obtenida anteriormente continúe siendo óptima?**

Con los resultados obtenidos y, con las dos soluciones posibles del modelo, debemos encontrar los límites del sistema. Gracias al tablero obtenido en la última iteración, el tablero optimo, podemos encontrar la matriz inversa para poder calcular los limites en los recursos y las variables no básicas (X1,X2)

	Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	R
Z	1	30000/7	0	0	165000/7	0	12582321,43	13542857,14
X2	0	2/7	1	0	4/7	0	-3/7	160/7
S2	0	0	0	0	-1/2	1	0	40
X3	0	1/7	0	1	-3/14	0	2/7	360/7

$$X_b = \begin{bmatrix} X_2 \\ S_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -3/7 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -2/7 \end{bmatrix} \qquad B^{-1} = \begin{bmatrix} 4/7 & 0 & -3/7 \\ -1/2 & 1 & 0 \\ -3/14 & 0 & 2/7 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 400 \\ 240 \\ 480 \end{bmatrix}$$

$$C = [60000 \quad 120000 \quad 210000 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \qquad C_b = [120000 \quad 0 \quad 210000]$$

Cálculo del limites que afectan al recurso de la línea de embalaje:

$$b' = \begin{bmatrix} b_1 \\ 240 \\ 480 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} \cdot b' = \begin{bmatrix} 4/7 & 0 & -3/7 \\ -1/2 & 1 & 0 \\ -3/14 & 0 & 2/7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ 240 \\ 480 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{4x - 1440}{7} \\ \dfrac{-x + 480}{2} \\ \dfrac{-3x + 1920}{14} \end{bmatrix} \geq 0$$

$$\frac{4x-1440}{7} \geq 0; \quad x \geq \frac{1440}{4}; x \geq 205{,}71$$

$$\frac{-x+480}{2} \geq 0\;;\; -x \geq -480;\; x \leq 480$$

$$\frac{-3x+1920}{14} \geq 0;\; -x \geq \frac{-1920}{3};\; -x \geq -640,;\; x \leq 640$$

Con estos resultados podemos decir que el intervalo de valores para el recurso de horas de confección para mantener su óptimo es:

$$\frac{1440}{7} \leq x \leq 480$$

- **¿Entre qué límites puede variar el beneficio unitario, para el caso de pantallas de 36 pulgadas, para que la solución obtenida anteriormente continúe siendo óptima?**

Para este apartado debemos encontrar los limites en el rango de valores de la variable no básica, con la condición de que el resultad siga siendo el óptimo. Con ello se cambian las condiciones de la función objetivo. Para ello se va a usar las matrices obtenidas en el apartado anterior

$$X_b = \begin{bmatrix} X_2 \\ S_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -3/7 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -2/7 \end{bmatrix} \qquad B^{-1} = \begin{bmatrix} 4/7 & 0 & -3/7 \\ -1/2 & 1 & 0 \\ -3/14 & 0 & 2/7 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 400 \\ 240 \\ 480 \end{bmatrix}$$

$$C = [60000 \quad 120000 \quad 210000 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \qquad C_b = [120000 \quad 0 \quad 210000]$$

Mediante las matrices que tienen influencia en la matriz de coeficientes resolveremos el producto:

$$C_b \cdot B^{-1} \cdot A - C =$$

$$[120000 \quad 0 \quad 210000] \cdot \begin{bmatrix} 4/7 & 0 & -3/7 \\ -1/2 & 1 & 0 \\ -3/14 & 0 & 2/7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - [60000 \quad 120000 \quad 210000 \quad 0 \quad 0 \quad 0] =$$

$$C_b \cdot B^{-1} \cdot A - C = \left[\frac{-45000 - 7x}{7} \quad 0 \quad 0 \quad \frac{165000}{7} \quad 0 \quad \frac{60000}{7}\right] \geq 0$$

Entonces:

$$\frac{-45000 - 7x}{7} \geq 0; \; -x \geq \frac{-45000}{7}; x \leq \frac{45000}{7} \; x = 64285{,}71$$

Con estos cálculos podemos afirmar que el intervalo de valores que permite esta variable no básica es:

$$0 \leq x \leq \frac{45000}{7}$$

- **¿A la empresa le resulta rentable fabricar una pantalla de 52 pulgadas en la que es preciso invertir 5 horas en ensamblaje, 3 de especificaciones y 4 de calidad, y donde el beneficio unitario fuera de 350 000 €?**

Para poder resolver este apartado, se debe añadir una variable más (x4) y modificar las restricciones y la FO:

	Tiempo necesario fabricación				Tiempo disponible por semana
Operaciones	**X1 - 36"**	**X2 - 40"**	**X3 - 46"**	**X4 - 52"**	
Ensamblaje	2	4	6	5	400
Especificaciones	1	2	3	3	240
Calidad	2	3	8	4	480
Beneficios	60	120	210	350	

Maz Z = 60.000X1 + 120.000X2 + 210.000X3 +350.000X4

s.a:

$$2X1 + 4X2 + 6X3+5X4 \leq 400$$
$$X1 + 2X2 + 3X3 +3X4 \leq 240$$
$$2X1 + 3X2 + 8X3 +4X4 \leq 480$$
$$x1, x2, x3,x4 > 0$$

En este caso, lo vamos a resolver por el método símplex y lo comprobaremos mediante Solver, para no alargar demasiado la actividad, presentaremos la resolución mediante Solver:

Variables	x1	x2	x3	x4		F0(MAX)	28000000
Valor final	0	0	0	80			
Beneficio	60.000	120.000	210.000	350.000			
Restricciones:							
ensamblaje	2	4	6	5	400	≤	400
especificaciones	1	2	3	3	240	≤	240
calidad	2	3	8	4	320	≤	480

Podemos observar que el beneficio obtenido esta vez es 28.000.000€ únicamente fabricando 80 pantallas de 52” y además nos sobrarían 160h de calidad. Podemos concluir que <u>sí, a la empresa le resultaría rentable.</u>

Bibliografía

- Taha, H. A. (2012). Investigación de Operaciones. México: Pearson Educación. ISBN: 978-607-32-0796-6.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2010). Introducción a la investigación de operaciones. México: McGraw-Hill Iberoamericana. ISBN: 978-607-15-0308-4.
- Ríos, S., Bielza, C., & Mateos, A. (2002). Fundamentos de los sistemas de ayuda a la decisión. Madrid: Ra-Ma. ISBN: 978-84-7897-494-8.
- Ballesteros, E. (1998). Principios de economía de la empresa. Madrid: Alianza Editorial.
- Bazaraa, M., Jarvis, J., & Sherali, H. (2010). Linear Programming and Network Flows. Nueva York: John Wiley & Sons.
- Bustos, E. (2008). Análisis de Dualidad. México: ESCOM.
- Cavallin, Rossit, Broz, Frutos, López.(2017). Estrategias de Enseï¿½anza para motivar el Aprendizaje de los estudiantes en contenidos de investigacïï¿½n operativa. Revista de la Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa, 41, 54-68.

- Chen, D. S., Batson, R., & Dang, Y. (2010). Applied Integer Programming: Modeling and Solutions. Nueva York: Wiley.
- Dantzig, G., & Thapa, M. (1997). Linear Programming 1: Introduction. Nueva York: Springer.
- Fourer, R., Gay, D., & Kernighan, B. (2003). AMPL, A Modeling Language for Mathematical Programming. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole-Thomson.
- García, J. P., & Maheut, J (2016). Métodos Cuantitativos de Organización Industrial. Valencia: Grupo de Investigación ROGLE.
- Kowalski, Enríquez, Santelices y Erck. (2015). Enseï¿½anza de algoritmos en Investigación Operativa: un enfoque desde la formacïï¿½n por competencias. Ingeniería Industrial. Actualidad y Nuevas Tendencias, 15, IV, 67-80 67.
- Maroto, C., Alcaraz, J., & Ruiz, R. (2002). Investigación Operativa. Modelos y Técnicas de Optimización. Valencia: Servicio de Publicaciones. Universidad Politécnica de Valencia.
- Mateo, P., & Lahoz, D. (2009). Programación Lineal Entera. Universidad de Zaragoza.
- Romero, C. (1993). Técnicas de gestión de empresas. Madrid: CEPADE, Universidad Politécnica de Madrid.

- Serrano, Garzón, González, Trujillo. (2019). Modelo de investigación operativa para la programación óptima de los horarios de clase en las carreras de la Facultad de Ciencias Agropecuarias de la Universidad Técnica de Machala. Revista metropolitana de Ciencias Aplicadas, 3, II.
- Vanderbei, R. (2008). Linear Programming: Foundation and Extensions. Nueva York: Springer.
- Willians, H. P. (1999). Model Building in Mathematical Programming. Nueva York: Editorial Wiley.
- Willians, H. P. (1999). Model Solving in Mathematical Programming. Nueva York: Editorial Wiley.
- Wolsey, L. (1999). Integer Programming. Nueva York: Editorial Wiley.

Conclusiones

La Investigación Operativa (IO) destaca por su importancia en mejorar decisiones mediante modelos matemáticos y algoritmos. La programación lineal, especialmente a través del Método Símplex, se presenta como una herramienta clave. La aplicabilidad se extiende a problemas específicos como el del viajante y la teoría de juegos. Además, la IO se adentra en conceptos avanzados como el problema dual, la programación dinámica y la programación no lineal, resaltando su versatilidad y alcance en distintos contextos y disciplinas.

En Castellón de la Plana, a fecha firma digital

SERGIO VICENTE|CAYUELA|GARCIA

Firmado digitalmente por SERGIO VICENTE|CAYUELA|GARCIA
Nombre de reconocimiento (DN): cn=SERGIO VICENTE|CAYUELA|GARCIA, serialNumber=19012004C, givenName=SERGIO VICENTE, sn=CAYUELA GARCIA, ou=CIUDADANOS, o=ACCV, c=ES
Fecha: 2024.02.25 18:04:56 +01'00'

Sergio Vicente Cayuela Garcia
Maestría en Ingeniería Eléctrica
UM83197SY92415